

系所別：機械與自動化工程系組別：不分組考科代碼：1131考科：工程數學(一)

注意事項：

- 1、各考科一律可使用本校提供之電子計算器，考生不得使用自備計算器，違者該科不予計分。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。

請按題號順序作答

一、(每小題 3%) 定義：下列微分方程為何種微分方程?(提示：___階___次___性___微分方程)

1. $\frac{dy}{dx} = \cos x$

4. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

2. $(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = 1$

5. $[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{\frac{1}{2}} = 3 \frac{d^2y}{dx^2}$

3. $x \frac{dy}{dx} + (\frac{dy}{dx})^2 = xy^2$

二、已知微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{2x+y}{2y+x} = 0$

1. 證明是否為正合(exact)? (5%)
2. 求通解。(5%)
3. 求此微分方程之異點(singular point)。(5%)
4. 求通過此異點之特解。(5%)

三、Fourier 級數

1. 函數 $f(x)$ 為 x 之週期函數，週期為 T 。(1) 試寫出恆等式說明此週期函數 $f(x)$ 。(5%)(2) 試繪圖說明此週期函數 $f(x)$ 。(5%)(3) 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 均為週期 T 之週期函數，(a) 試寫出 $h(x)$ 為二者之線性組合。(5%)(b) 問 $h(x)$ 是否為週期 T 之週期函數。(5%)2. 有一週期為 2π 之函數 $f(x)$ ，試寫出 Fourier 三角級數及 Euler 公式。(20%)四、已知 $L[\sin bt] = \frac{b}{s^2 + b^2}$ ，

1. 求 $L[\frac{d}{dt} \sin bt]$ 。(10%)

2. 求 $L^{-1}[\frac{s}{s^2 + b^2}]$ 。(10%)

五、試簡化方程式： $y = \frac{\log_e(\frac{x}{m} - sa)}{r^2}$ 。(5%)