

系 所 別：電機工程研究所

組 別：系統資訊與控制組

考科代碼：2231

考 科：工程數學／自動控制

注意事項：

- 1、各考科一律可使用本校提供之電子計算器，考生不得使用自備計算器，違者該科不予計分。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。
- 3、本考科分工程數學與自動控制兩類題組擇一作答。

工程數學題組 (選擇此題組, 不用作答自動控制題組)

1. 試求解以下微分方程式

$$y'' - 4y' + 13y = 0 \quad (10\%)$$

2. 試求解以下微分方程式

$$y'' - 3y' - 4y = x^2 e^x \quad (10\%)$$

3. 試求解以下微分方程式

$$y'' + y = \tan x \quad (10\%)$$

4. 試以拉氏轉換法求解以下微分方程式

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 6u_s(t)$$

假設初值條件為  $y(0) = -1, \dot{y}(0) = 2$

(10%)

5. 試求

$$F(s) = \frac{2s+9}{s^2+4s+13}$$

之反拉氏轉換  $f(t)$

(10%)

工程數學題組

6. 試求矩陣 A 的行列式值  $|A|$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & 4 & 0 & 19 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(10%)

7. 試求矩陣 A 的反矩陣  $A^{-1}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(10%)

8. 試求矩陣 A 的特徵值與特徵向量

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(10%)

9. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$  試求得矩陣 B，使得  $B^2 = A$

(10%)

10. 試解

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} e^t \\ e^{2t} \end{bmatrix}$$

(10%)

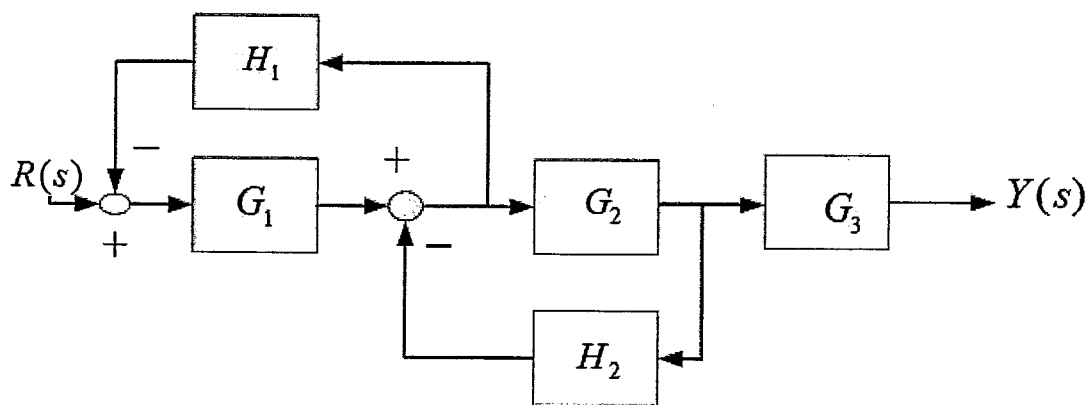
自動控制題組 (選擇此題組, 不用作答工程數學題組)

- 一、 試以拉氏轉換法求解以下微分方程式 (10%)

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 6u_s(t)$$

假設初值條件為  $y(0) = -1, \dot{y}(0) = 2$

- 二、 系統之方塊圖如圖(一)所示, 求其轉移函數 (10%)



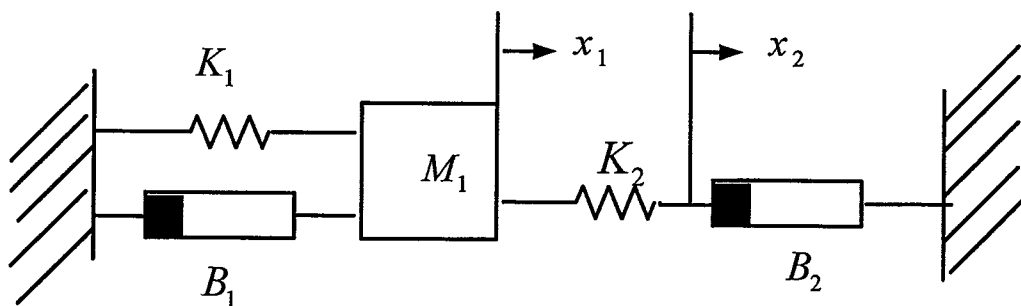
圖(一)

- 三、 系統之轉移函數為 (10%)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+2}{s^3 + 3s^2 + 4s + 5}$$

試繪出狀態圖, 並寫出狀態空間之動態方程式

- 四、 試推導出下圖(二)所示之機械系統之動態方程式 (10%)

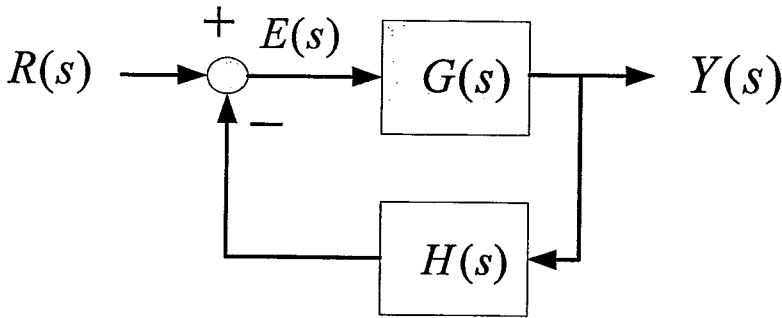


圖(二)

## 自動控制題組

五、已知標準回授控制系統如下圖(三)所示，

(12%)



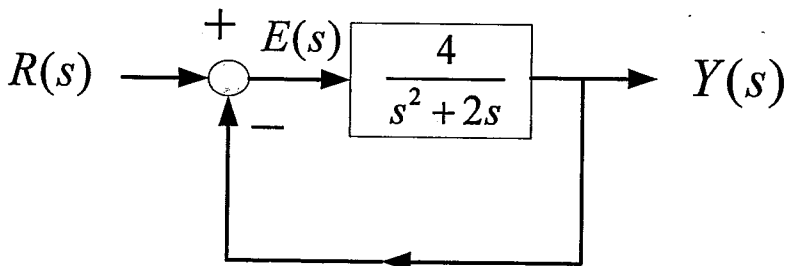
圖(三)

其中  $G(s) = \frac{k(s+1)}{s(s+2)}$ ,  $H(s) = \frac{1}{s+3}$

試求此系統之誤差常數  $k_p$  (2%),  $k_v$  (2%) 及  $k_a$  (2%), 並分別求出對單位輸入之穩態誤差 (2%), 單位斜坡輸入之穩態誤差 (2%) 及單位拋物線輸入之穩態誤差 (2%)。

六、二階系統之方塊圖如圖(四)所示，試求：

(26%)

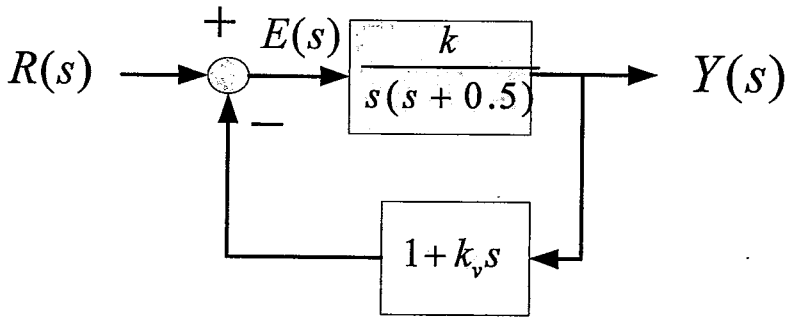


圖(四)

- (a) 閉迴路轉移函數  $\frac{Y(s)}{R(s)}$  (2%)
- (b) 寫出特性方程式 (2%), 並求出特性根 (2%)
- (c) 系統阻尼比  $\xi$  (2%) 及自然頻率  $\omega_n$  (2%)
- (d) 阻尼因子  $\alpha$  (2%) 及阻尼振盪  $\omega_d$  (2%)
- (e) 上升時間  $t_r$  (2%)
- (f) 尖峰時間  $t_p$  (2%)
- (g) 最大超越量  $M_p$  (2%) 及百分比最大超越量  $M_p\%$  (2%)
- (h) 安定時間  $t_s$  (5% 允許誤差帶) (2%)
- (i) 繪出步階輸入概略時間響應圖 (2%)

## 自動控制題組

- 七、 伺服控制系統如圖(五)所示，試決定增益 $k$  (6%) 與速度回授增益 $k_v$ 之值 (6%)，以滿足百分比超越量為 20%及上升時間為 1 秒之性能要求



圖(五)

(12%)

- 八、 控制系統之開迴路轉移函數為

$$G(s)H(s) = \frac{s}{5s^2 + 6s + 1}$$

試繪出其波德圖

(10%)