

系 所 別：電機工程研究所

組 別：系統資訊與控制組

考科代碼：2231

考 科：工程數學／自動控制

注意事項：

- 1、各考科一律可使用本校提供之電子計算器，考生不得使用自備計算器，違者該科不予計分。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。
- 3、本考科分工程數學與自動控制兩類題組擇一選答。

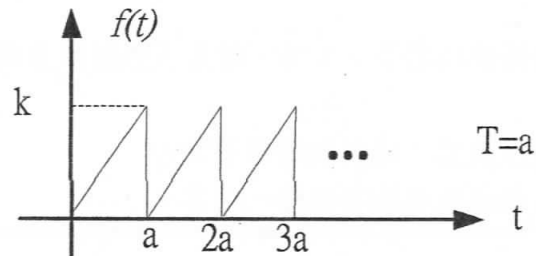
工程數學題組

- (1) 解 $(3x^3 - xy^2 - 2y + 4)dx - (x^2y + 2x)dy = 0$ (10%)
- (2) 求 $xyy' = 3y^2 + 2x^2$ 之通解，如 $y(1) = 2$ ，求特解。 (10%)
- (3) 求 $y'' - 4y' + 13y = 0$ 之通解。 (10%)
- (4) 解聯立微分方程式 (10%)
$$y_1' + y_2' + 5y_1 + 3y_2 = e^{-x}$$
$$2y_1' + y_2' + y_1 + y_2 = 3$$
- (5) 求 $f(t) = e^{-2t} \cos 6t$ 之拉普拉氏轉換。 (10%)
- (6) 求 $F(s) = \frac{2s+9}{s^2+4s+13}$ 之反拉普拉氏轉換 $f(t)$ 。 (10%)

工程數學題組

(7) 試求圖(一)所示之鋸齒波的拉普拉氏轉換。

(10%)



(8) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 求 A 的特徵值與特徵向量。

(10%)

(9) 已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 求 A^{20} 。

(10%)

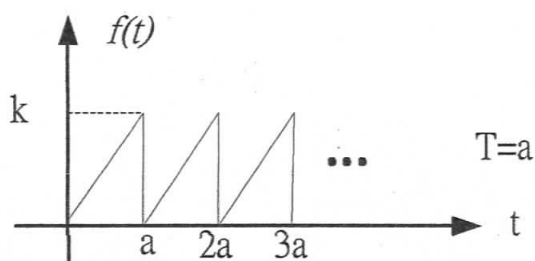
(10) 已知 $A = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$ ，試求 B 使 $B^2 = A$

(10%)

自動控制題組

一、試求圖(一)所示之鋸齒波的拉普拉氏轉換。

(10%)



圖(一)

二、系統之轉移函數為

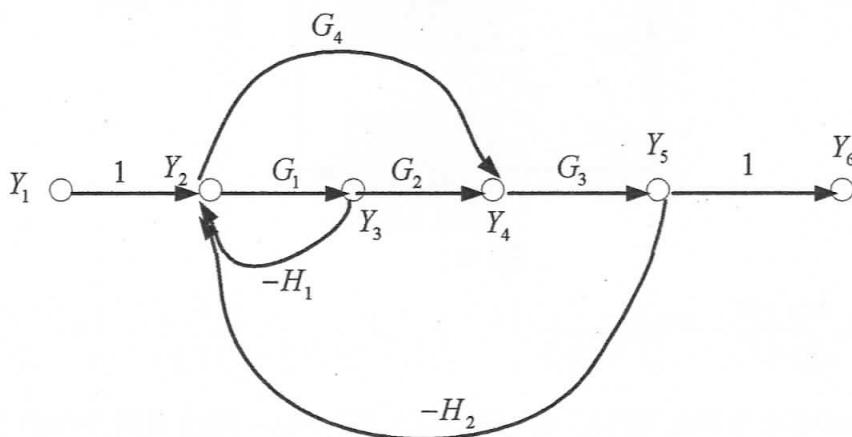
(10%)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 3s + 2}{s^3 + 5s^2 + 8s + 9}$$

試繪出狀態圖，並寫出狀態空間之動態方程式

三、試求圖(二)所示之訊號流程圖中 $\frac{Y_5}{Y_1}$ 之增益

(10%)



圖(二)

四、控制系統之開迴路轉移函數為

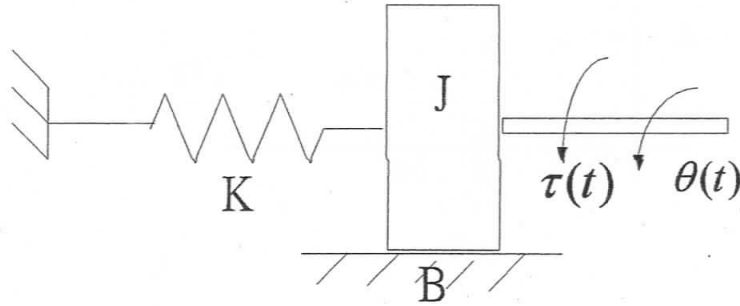
$$G(s)H(s) = \frac{s}{3s^2 + 4s + 1}$$

試繪出其波德圖

(10%)

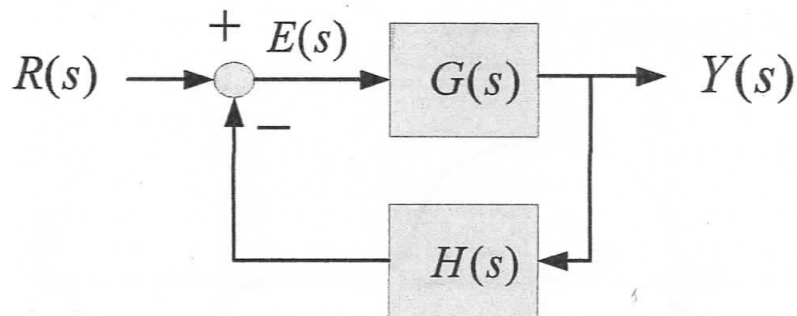
自動控制題組

五、旋轉系統如圖(三)所示，其中 K 為彈簧常數， B 為黏滯係數，而 J 為旋轉慣性矩。試求此機械系統之動態方程式 (10%)



圖(三)

六、已知標準回授控制系統如下圖(四)所示， (12%)



圖(四)

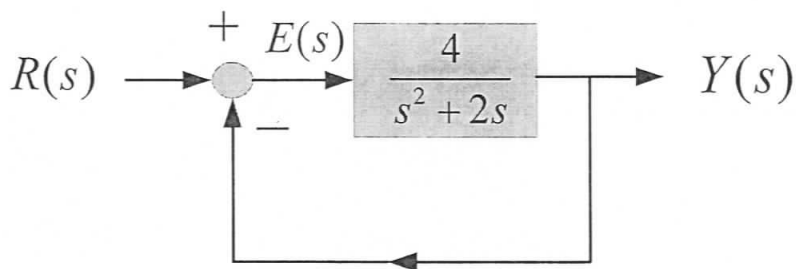
$$\text{其中 } G(s) = \frac{k(s+1)}{s(s+2)}, \quad H(s) = \frac{1}{s+3}$$

試求此系統之誤差常數 k_p (2%)， k_v (2%) 及 k_a (2%)，並分別求出對單位輸入之穩態誤差 (2%)，單位斜坡輸入之穩態誤差 (2%) 及單位拋物線輸入之穩態誤差 (2%)。

自動控制題組

七、二階系統之方塊圖如圖(五)所示，試求：

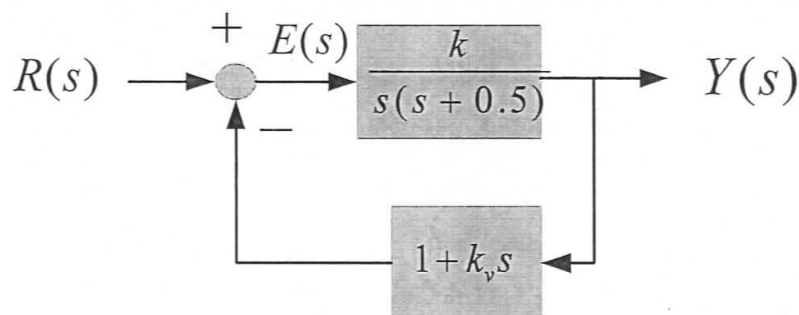
(26%)



圖(五)

- (a) 閉迴路轉移函數 $\frac{Y(s)}{R(s)}$ (2%)
- (b) 寫出特性方程式 (2%)，並求出特性根 (2%)
- (c) 系統阻尼比 ξ (2%) 及自然頻率 ω_n (2%)
- (d) 阻尼因子 α (2%) 及阻尼振盪 ω_d (2%)
- (e) 上升時間 t_r (2%)
- (f) 尖峰時間 t_p (2%)
- (g) 最大超越量 M_p (2%) 及百分比最大超越量 $M_p\%$ (2%)
- (h) 安定時間 t_s (5%允許誤差帶) (2%)
- (i) 繪出步階輸入概略時間響應圖 (2%)

八、伺服控制系統如圖(六)所示，試決定增益 k (6%) 與速度回授增益 k_v 之值 (6%)，以滿足百分比超越量為 20% 及上升時間為 1 秒之性能要求



圖(六)

(12%)